ESERCIZI PER CASA

1. Si consideri il processo $X_t = 0.8X_{t-1} + \epsilon_t$ dove $\epsilon_t \sim WN(0, 2)$:
   - valutare se il processo è stazionario e scrivere la rappresentazione MA(∞) dello stesso;
   - calcolare la varianza $\gamma(0)$;
   - calcolare la ACF e la PACF;
   - verificare con R che il processo sia stazionario
   - simulare una serie storica da tale processo, farne il plot e disegnare i correlogrammi.
2. Si consideri il processo $X_t = 0.3\epsilon_{t-1} + 0.8\epsilon_{t-2} + \epsilon_t$ dove $\epsilon_t \sim WN(0, 3)$:
   - valutare la varianza $\gamma(0)$,$\gamma(2)$ e calcolare $\gamma(h)$ al variare di h.
   - utilizzando R valutare se il processo è invertibile;
   - simulare una serie storica da tale processo e plottare i correlogrammi
3. Si consideri il processo $X_t = \epsilon_t \times \epsilon_{t-1}$ dove $\epsilon_t \sim GWN(0, \sigma^2)$ cioè un processo WN Gaussiano:
   - ricordando che in un processo WN Gaussiano la condizione di incorrelazione equivale a quella di indipendenza calcolare la media e la acf di tale processo.
4. Si consideri il processo $X_t = w_t - \theta w_{t-1} + \epsilon_t$ dove $w_t \sim WN(0, \sigma_w^2)$ e $\epsilon_t \sim WN(0, \sigma_\epsilon^2)$ indipendenti:
   - calcolare la funzione di autocorrelazione in termini di σ_w^2,σ_ϵ^2 e θ.
5. Si consideri un processo y_t definito come
$$y_t = B^2 x_t - 0.5Bx_t$$
   dove
$$x_t = \alpha + \beta t + \epsilon_t$$
   - scrivere il processo y_t in modo esplicito
   - valutare la media e la funzione di autocovarianza
   - il processo y_t è stazionario?